Писмени испит из Алгебре 2
Р смер, 5.9.2016.

(1) Показати да је са $\pi \cdot (x_1, x_2, x_3) = \left(x_{\pi(1)}, x_{\pi(2)}, x_{\pi(3)}\right)$ дефинисано дејство симетричне групе $\mathbb{S}_3$ на скуп $\mathbb{Z}_3^3$. Одредити орбиту и стабилизатор елемента $(0,0,1)$ при овом дејству. Колико има различитих орбита?

(2) Показати да група G реда 105 има нормалну подгрупу реда 5 или 7. Показати да је група G циклична акко садржи нормалну подгрупу реда 3. Да ли је група G решива?

(3) Да ли је подскуп U потпрстен/идеал прстена K, ако је
а)$K = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix} \;\middle|\; a, b \in \mathbb{R} \right\}$, $U = \left\{ \begin{pmatrix} a & a \\ a & a \end{pmatrix} \;\middle|\; a \in \mathbb{R} \right\}$,
б)$K = \mathbb{C}^{\mathbb{C}}$, U – скуп свих функција из K које имају коначно много нула,
в)$K = \mathbb{Z}[x]$, U – скуп свих полинома из K чији је збир коефицијената једнак 0?
Уколико је U идеал, да ли је он главни?

(4) Нека је $F = \mathbb{Q}\left(i, \sqrt{2}, i\sqrt[3]{2}\right)$. Одредити степен раширења $[F : \mathbb{Q}]$ и минимални полиноми $\mu_{\sqrt[3]{2}, \mathbb{Q}(\sqrt{2})}$. Наћи бар један примитивни елемент раширења $\mathbb{Q}\left(\sqrt{2}, \sqrt[3]{2}\right)$ над $\mathbb{Q}$.

Сваки задатак носи по 15 *поена, укупно* 60. *Услов за излазак на усмени је* 30 *поена. Време за рад је* 3 *сата. Срећно!*

Писмени испит из Алгебре 2
Р смер, 5.9.2016.

(1) Показати да је са $\pi \cdot (x_1, x_2, x_3) = \left(x_{\pi(1)}, x_{\pi(2)}, x_{\pi(3)}\right)$ дефинисано дејство симетричне групе $\mathbb{S}_3$ на скуп $\mathbb{Z}_3^3$. Одредити орбиту и стабилизатор елемента $(0,0,1)$ при овом дејству. Колико има различитих орбита?

(2) Показати да група G реда 105 има нормалну подгрупу реда 5 или 7. Показати да је група G циклична акко садржи нормалну подгрупу реда 3. Да ли је група G решива?

(3) Да ли је подскуп U потпрстен/идеал прстена K, ако је
а)$K = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix} \;\middle|\; a, b \in \mathbb{R} \right\}$, $U = \left\{ \begin{pmatrix} a & a \\ a & a \end{pmatrix} \;\middle|\; a \in \mathbb{R} \right\}$,
б)$K = \mathbb{C}^{\mathbb{C}}$, U – скуп свих функција из K које имају коначно много нула,
в)$K = \mathbb{Z}[x]$, U – скуп свих полинома из K чији је збир коефицијената једнак 0?
Уколико је U идеал, да ли је он главни?

(4) Нека је $F = \mathbb{Q}\left(i, \sqrt{2}, i\sqrt[3]{2}\right)$. Одредити степен раширења $[F : \mathbb{Q}]$ и минимални полиноми $\mu_{\sqrt[3]{2}, \mathbb{Q}(\sqrt{2})}$. Наћи бар један примитивни елемент раширења $\mathbb{Q}\left(\sqrt{2}, \sqrt[3]{2}\right)$ над $\mathbb{Q}$.

Сваки задатак носи по 15 *поена, укупно* 60. *Услов за излазак на усмени је* 30 *поена. Време за рад је* 3 *сата. Срећно!*